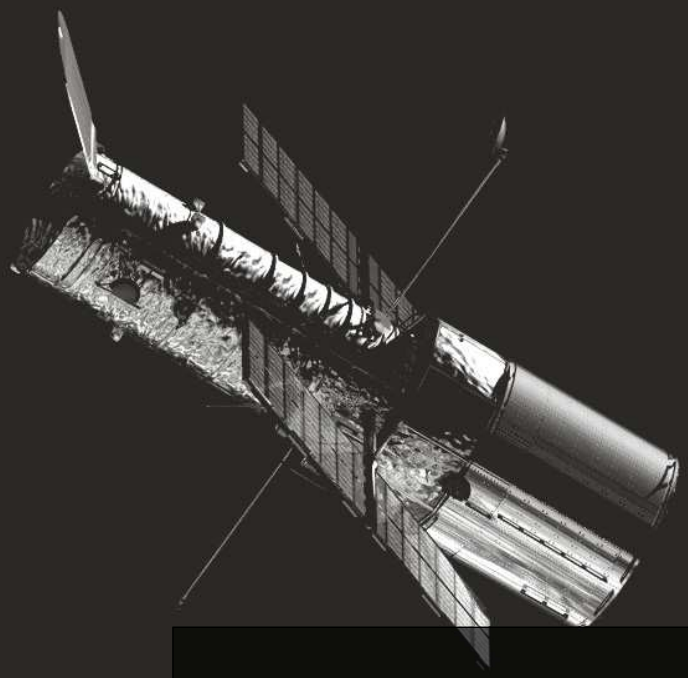
DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

cea

LES TP DU CEA



Corrigé

Détermination de la distance à M 100 à l'aide d'étoiles variables Céphéides en utilisant les observations du télescope spatial Hubble (NASA/ESA)

Table des matières

DÉTERMINATION DE LA DISTANCE À M 100 À L'AIDE DES ÉTOILES VARIABLES CÉPHÉIDES EN UTILISANT LES OBSERVATIONS DU TÉLESCOPE SPATIAL HUBBLE (NASA/ESA). CORRIGÉ.

- **Activité 1 :** Magnitude absolue de 12 Céphéides de M 100 3
- **Activité 2 :** Magnitude apparente moyenne des Céphéides de M 100 8
- **Activité 3 :** Distance des Céphéides de M 100.....12
- **Activité 4 :** Discussion 13
- **Activité 5 :** Distance à M 100 13
- **Activité 6 :** Calcul de la constante de Hubble H_0 15
- **Activité 7 :** Calcul de l'âge de l'Univers 15

Coproduit par : ESA/ESO - CEA / Direction de la Communication / Service Édition Événements

Auteurs : François Saint-Jalm, Professeur de Physique – Chimie à l'Éducation Nationale
Roland Lehoucq – Astrophysicien au CEA

Conception graphique : Lucille Colombel, CEA / Direction de la Communication
Image couverture : ESA/NASA – **Composition :** François Saint-Jalm (CEA)

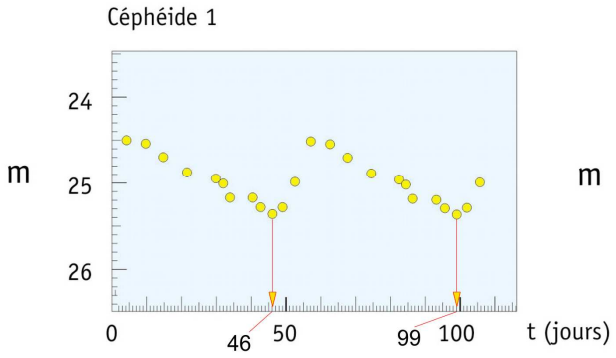
DÉTERMINATION DE LA DISTANCE À M 100 À L'AIDE DES ÉTOILES VARIABLES CÉPHÉIDES EN UTILISANT LES OBSERVATIONS DU TÉLESCOPE SPATIAL HUBBLE (NASA/ESA)

CORRIGÉ

■ **Activité 1 :** Magnitude absolue de 12 Céphéides de M 100

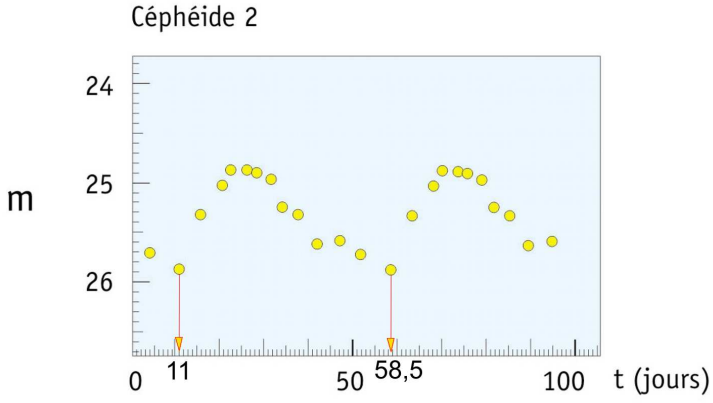
Le profil des courbes $m = f(t)$ n'est pas parfaitement sinusoïdal et n'est pas centré sur une valeur moyenne clairement identifiable. On se contentera donc de chercher des points homologues apparemment séparés par la durée d'une période. Il est clair cependant que l'on gagnerait en précision en travaillant sur 10 périodes, par exemple.
Pour chaque Céphéide, une détermination aussi précise que possible de points de mesure a été faite graphiquement. On notera cependant que de tels points ne sont que des points de mesure voisins de minima ou de maxima de la luminosité de l'étoile.

Céphéide 1



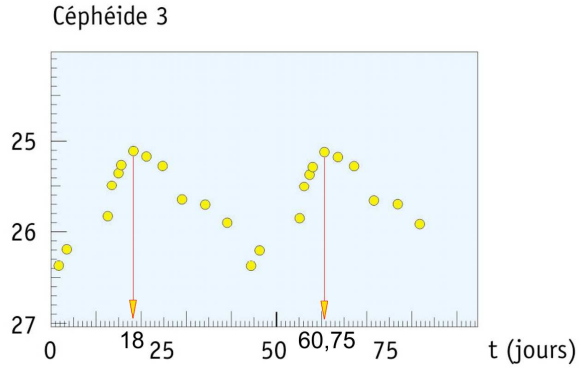
La période est : $P_1 = 99\text{ j} - 46\text{ j} \Rightarrow \underline{P_1 = 53\text{ j}}$.

Céphéide 2



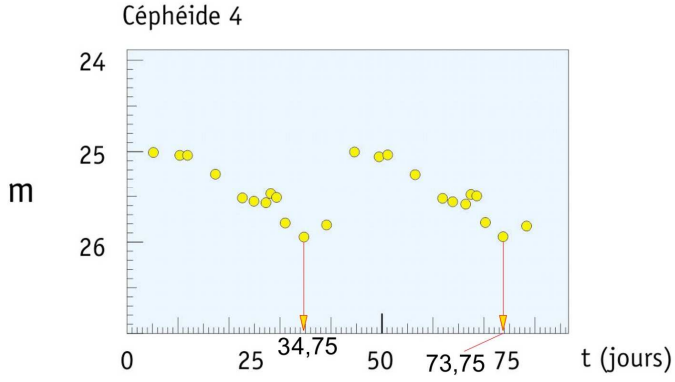
La période est : $P_2 = 58{,}5\text{ j} - 11\text{ j} \Rightarrow \underline{P_2 = 47{,}5\text{ j}}$.

Céphéide 3



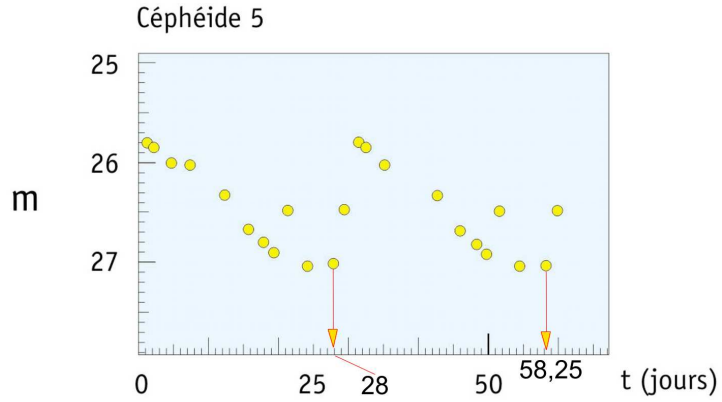
La période est : $P_3 = 60{,}75\text{ j} - 18\text{ j} \Rightarrow \underline{P_3 = 42{,}75\text{ j}}$.

Céphéide 4



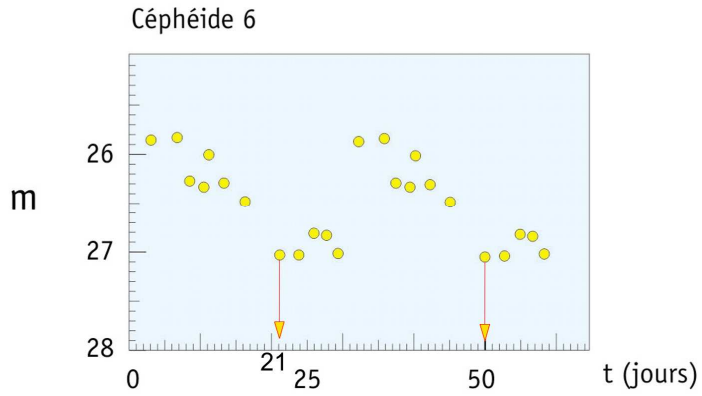
La période est : $P_4 = 73{,}75\text{ j} - 34{,}75\text{ j} \Rightarrow \underline{P_4 = 39\text{ j}}$.

Céphéide 5



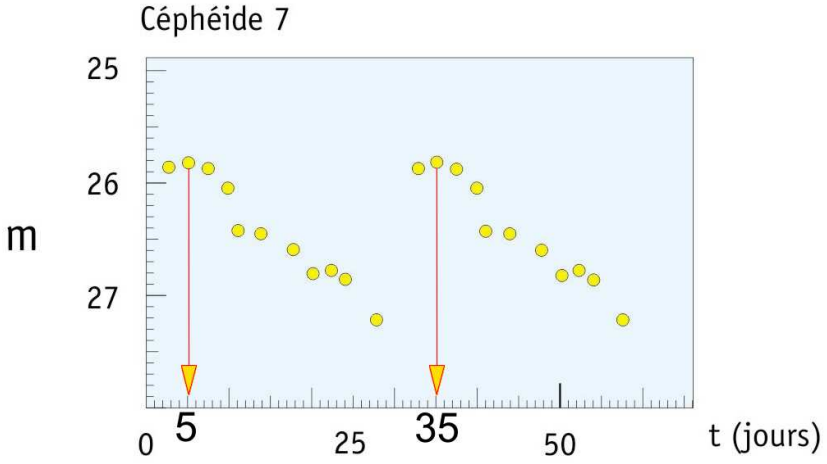
La période est : $P_5 = 58,25\text{ j} - 28\text{ j} \Rightarrow \underline{P_5 = 30,25\text{ j}}$.

Céphéide 6



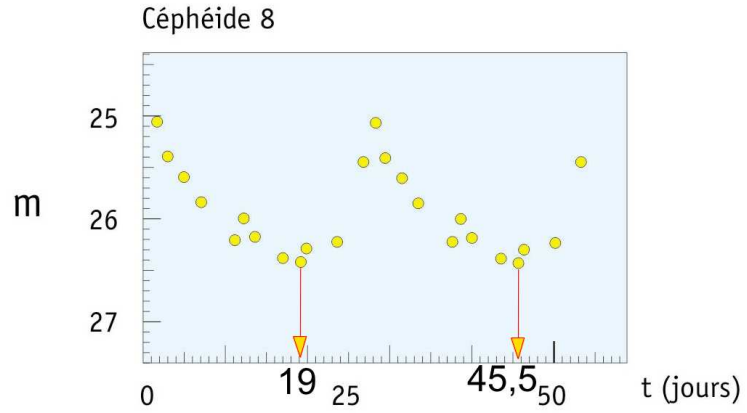
La période est : $P_6 = 50\text{ j} - 21\text{ j} \Rightarrow \underline{P_6 = 29\text{ j}}$.

Céphéide 7



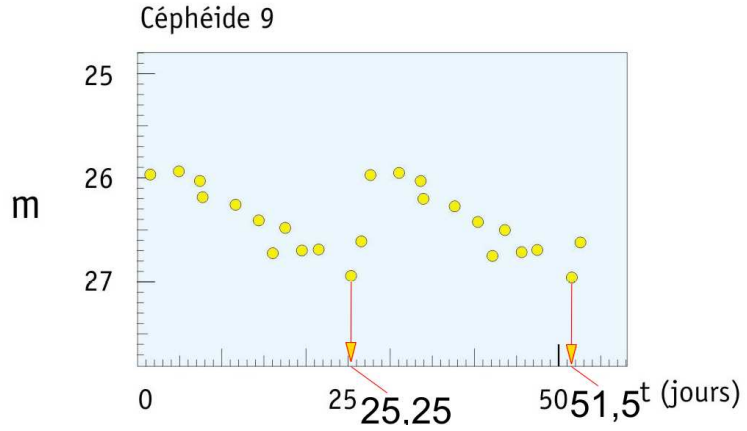
La période est : $P_7 = 35\text{ j} - 5\text{ j} \Rightarrow \underline{P_7 = 30\text{ j}}$.

Céphéide 8



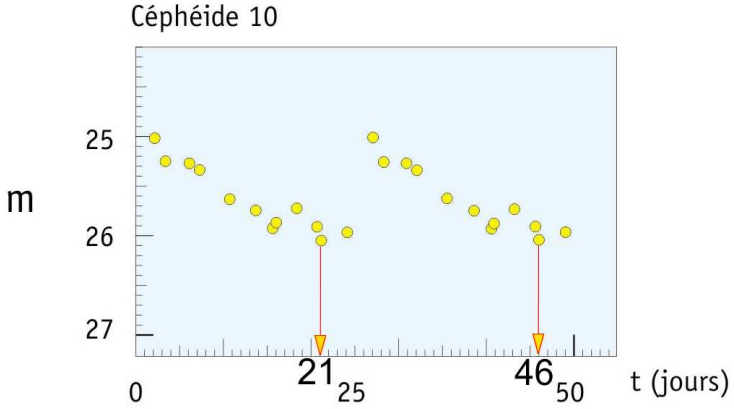
La période est : $P_8 = 45{,}5\text{ j} - 19\text{ j} \Rightarrow \underline{P_8 = 26{,}5\text{ j}}$.

Céphéide 9



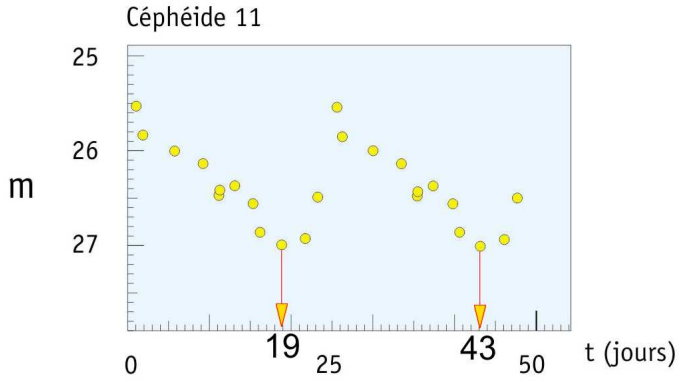
La période est : $P_9 = 51{,}5\text{ j} - 25{,}25\text{ j} \Rightarrow \underline{P_9 = 26{,}25\text{ j}}$.

Céphéide 10



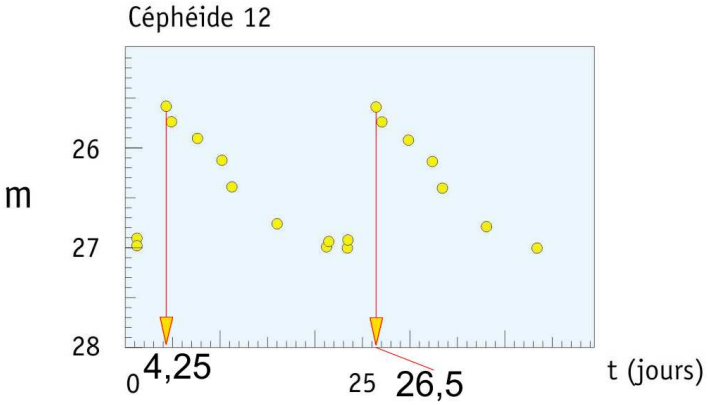
La période est : $P_{10} = 46\text{ j} - 21\text{ j} \Rightarrow \underline{P_{10} = 25\text{ j}}$.

Céphéide 11



La période est : $P_{11} = 43\text{ j} - 19\text{ j} \Rightarrow \underline{P_{11} = 24\text{ j}}$.

Céphéide 12



La période est : $P_{12} = 26{,}5\text{ j} - 4{,}25\text{ j} \Rightarrow \underline{P_{12} = 22{,}25\text{ j}}$.

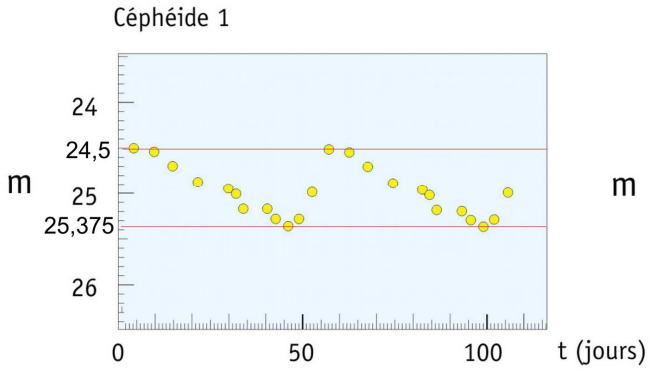
Calcul de la magnitude absolue moyenne M :

Numéro de la céphéide	Période	Magnitude absolue
1	53 j	-6,143
2	47,5 j	-6,011
3	42,75 j	-5,884
4	39 j	-5,773
5	30,25 j	-5,466
6	29 j	-5,415
7	30 j	-5,456
8	26,5 j	-5,307
9	26,25 j	-5,295
10	25 j	-5,236
11	24 j	-5,187
12	22,25 j	-5,096

■ **Activité 2 :** Magnitude apparente moyenne des Céphéides de M 100

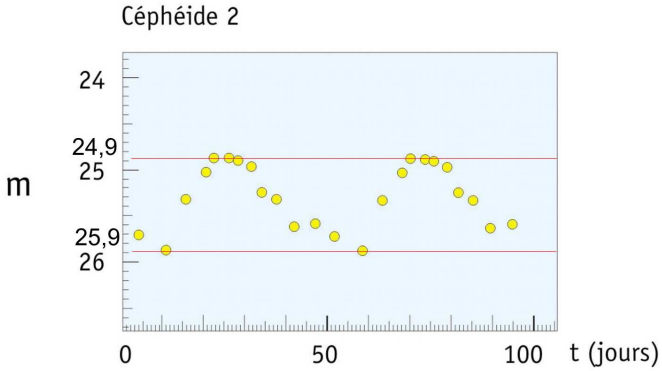
On pourrait faire la moyenne de toutes les ordonnées, mais le résultat serait biaisé par la forme non sinusoïdale des courbes. On pourrait aussi tracer chaque courbe $m(t)$, calculer l'aire qui est entre cette courbe et l'axe du temps, puis calculer la hauteur du rectangle qui a la même aire. La seule difficulté technique est le calcul de cette aire, mais cela doit pouvoir se faire sur une bonne calculatrice scientifique.
Reste la méthode qui sera appliquée ici et qui semble un peu « à l'arrache » mais qui a l'avantage d'être simple et l'intérêt d'avoir été historiquement utilisée par Henrietta Swan Leavitt : on calcule la moyenne du maximum et du minimum de magnitude.

Céphéide 1



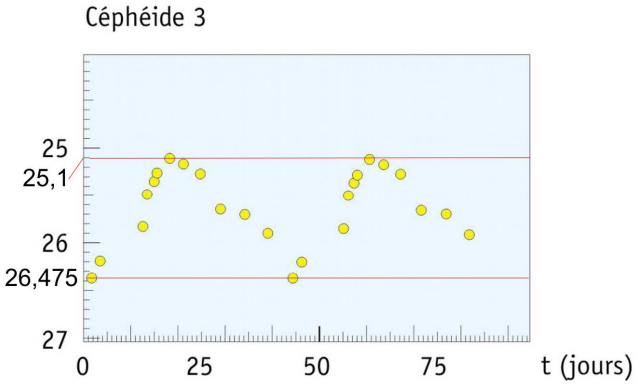
La magnitude apparente moyenne est : $m_1 = \dfrac{25,375 + 24,5}{2} \Rightarrow \underline{m_1 = 24,94}$.

Céphéide 2



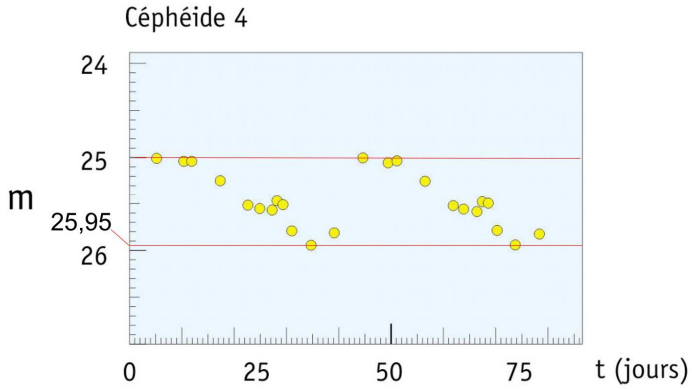
La magnitude apparente moyenne est : $m_2 = \dfrac{25,9 + 24,9}{2} \Rightarrow \underline{m_2 = 25,4}$.

Céphéide 3



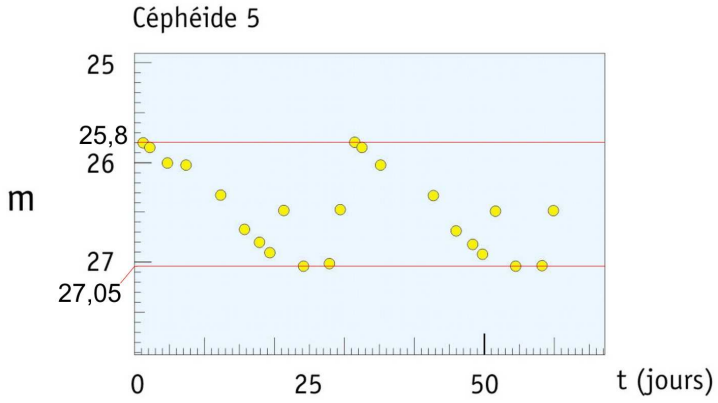
La magnitude apparente moyenne est : $m_3 = \dfrac{26,475 + 25,1}{2} \Rightarrow \underline{m_3 = 25,79}$.

Céphéide 4



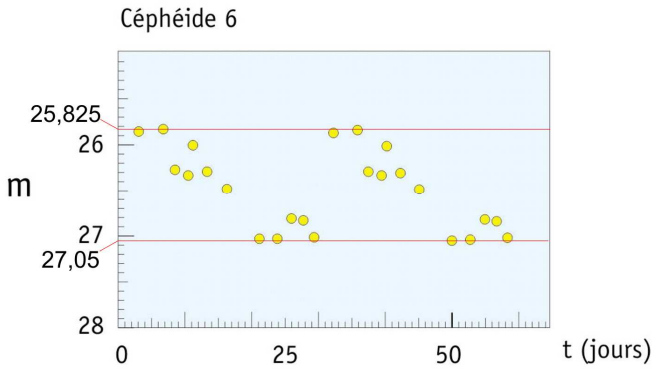
La magnitude apparente moyenne est : $m_4 = \dfrac{25,95 + 25}{2} \Rightarrow \underline{m_4 = 25,475}$.

Céphéide 5



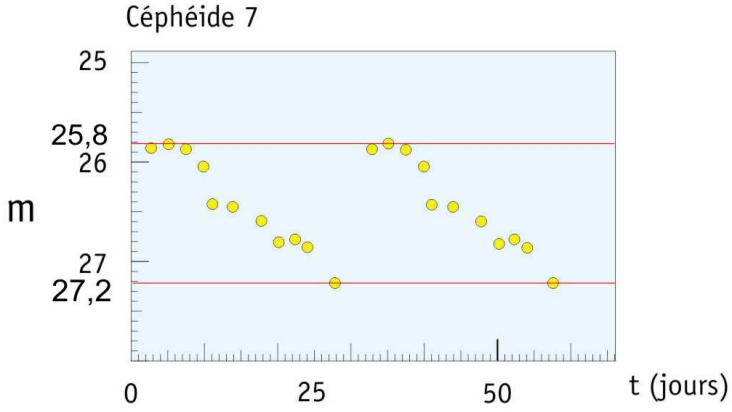
La magnitude apparente moyenne est : $m_5 = \dfrac{27,05 + 25,8}{2} \Rightarrow \underline{m_5 = 26,425}$.

Céphéide 6



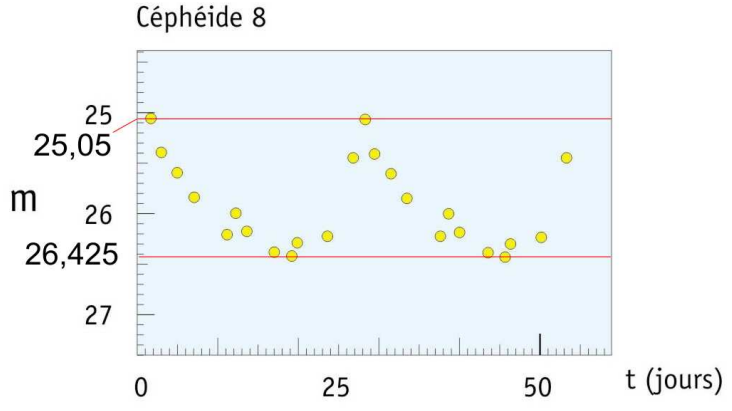
La magnitude apparente moyenne est : $m_6 = \dfrac{27,05 + 25,825}{2} \Rightarrow \underline{m_6 = 26,44}$.

Céphéide 7



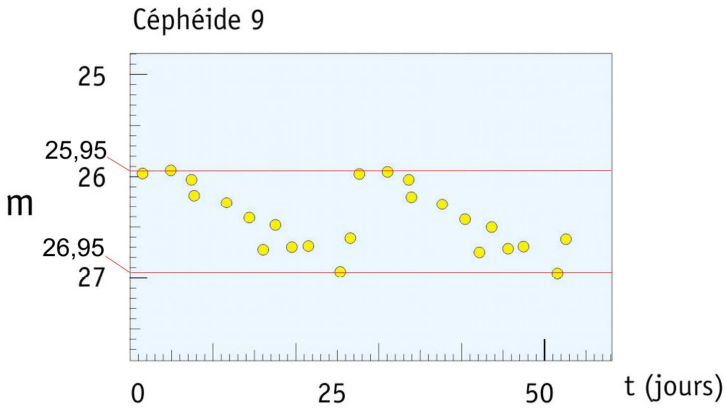
La magnitude apparente moyenne est : $m_7 = \dfrac{27,2 + 28,8}{2} \Rightarrow \underline{m_7 = 26,5}$.

Céphéide 8



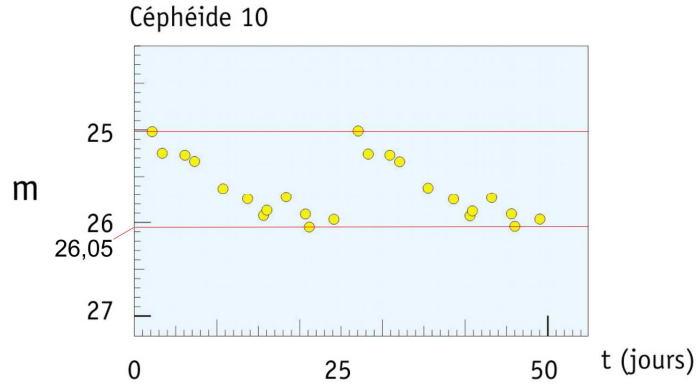
La magnitude apparente moyenne est : $m_8 = \dfrac{26,425 + 25,05}{2} \Rightarrow \underline{m_8 = 25,74}$.

Céphéide 9



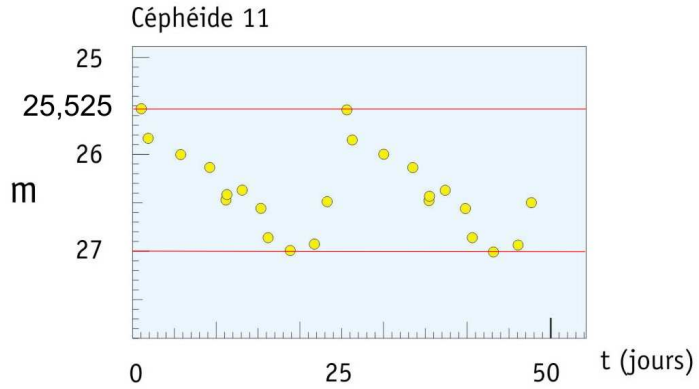
La magnitude apparente moyenne est : $m_9 = \dfrac{26,95 + 25,95}{2} \Rightarrow \underline{m_9 = 26,45}$.

Céphéide 10



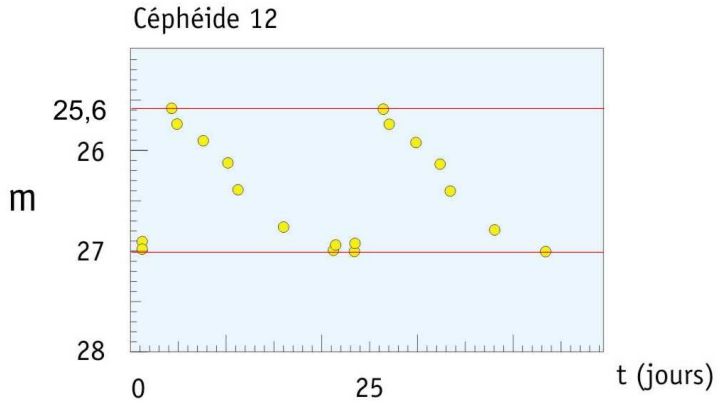
La magnitude apparente moyenne est : $m_{10} = \dfrac{26,05 + 25}{2} \Rightarrow \underline{m_{10} = 25,525}$.

Céphéide 11



La magnitude apparente moyenne est : $m_{11} = \dfrac{27 + 25,525}{2} \Rightarrow \underline{m_{11} = 26,26}$.

Céphéide 12



La magnitude apparente moyenne est : $m_{12} = \dfrac{27 + 25,6}{2} \Rightarrow \underline{m_{12} = 26,3}$.

Récapitulatif des résultats déjà obtenus :

Numéro de la céphéide	Période	Magnitude absolue	Magnitude apparente
1	53 j	-6,143	24,94
2	47,5 j	-6,011	25,4
3	42,75 j	-5,884	25,79
4	39 j	-5,773	25,475
5	30,25 j	-5,466	26,425
6	29 j	-5,415	26,44
7	30 j	-5,456	26,5
8	26,5 j	-5,307	25,74
9	26,25 j	-5,295	26,45
10	25 j	-5,236	25,525
11	24 j	-5,187	26,26
12	22,25 j	-5,096	26,3

■ **Activité 3 :** Distance des Céphéides de M 100

Le module de distance est donné par : EMBED Equation.DSMT4 . On en tire :

EMBED Equation.DSMT4

On obtient donc les résultats suivants :

Numéro de la céphéide	Période	Magnitude absolue	Magnitude apparente	Distance
1	53 j	-6,143	24,94	16,47 Mpc
2	47,5 j	-6,011	25,4	19,15 Mpc
3	42,75 j	-5,884	25,79	21,62 Mpc
4	39 j	-5,773	25,475	17,77 Mpc
5	30,25 j	-5,466	26,425	23,89 Mpc
6	29 j	-5,415	26,44	23,50 Mpc
7	30 j	-5,456	26,5	24,62 Mpc
8	26,5 j	-5,307	25,74	16,19 Mpc
9	26,25 j	-5,295	26,45	22,34 Mpc
10	25 j	-5,236	25,525	14,20 Mpc
11	24 j	-5,187	26,26	19,47 Mpc
12	22,25 j	-5,096	26,3	19,02 Mpc

■ **Activité 4 :** Discussion

Les valeurs extrêmes sont considérablement différentes (14,2 Mpc à 24,62 Mpc). Deux causes principales d'erreur peuvent être imaginées.

En premier lieu, la loi empirique donnant la relation entre période et magnitude absolue suppose que toutes les Céphéides fonctionnent exactement de la même façon. Or pour les étoiles qui connaissent cette phase, il est possible que cette relation évolue sensiblement entre le moment où le régime d'oscillations s'installe et celui où il cesse. De plus, il est vraisemblable que des différences sensibles de composition chimique soient à l'origine d'écarts au comportement moyen de ces étoiles.

En second lieu, on voit bien que l'évolution temporelle de l'éclat de ces étoiles n'a pas le même profil pour toutes et que par conséquent, la façon dont nous avons calculé la magnitude apparente moyenne s'applique plus ou moins bien.

Si l'on calcule l'écart type des résultats obtenus, on obtient 3,22 Mpc, c'est-à-dire $1{,}05 \cdot 10^7$ a.l.. C'est bien plus que l'épaisseur des bras spiraux (1000 a.l.) où l'on a observé ces étoiles. C'est également bien plus que le diamètre que l'on peut attribuer à M 100 (10^5 a.l.). Les causes de dispersion des mesures l'emportent sur les variations éventuelles de distance entre les différentes Céphéides.

En conclusion : à défaut d'améliorer les mesures faites, on peut espérer que les erreurs par excès faites sur certaines étoiles soient compensées par celles qu'on a faites par défaut sur d'autres et que cela justifie le choix de calculer la moyenne des distances obtenues.

■ **Activité 5 :** Distance à M 100

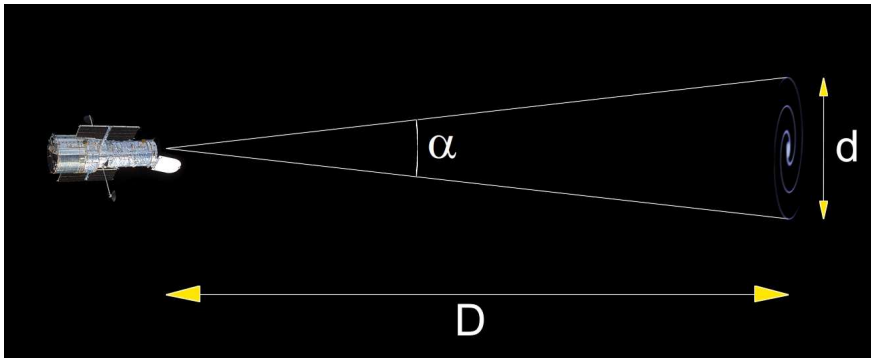
On obtient donc :

Numéro de la céphéide	Période	Magnitude absolue	Magnitude apparente	Distance
1	53 j	-6,143	24,94	16,47 Mpc
2	47,5 j	-6,011	25,4	19,15 Mpc
3	42,75 j	-5,884	25,79	21,62 Mpc
4	39 j	-5,773	25,475	17,77 Mpc
5	30,25 j	-5,466	26,425	23,89 Mpc
6	29 j	-5,415	26,44	23,50 Mpc
7	30 j	-5,456	26,5	24,62 Mpc
8	26,5 j	-5,307	25,74	16,19 Mpc
9	26,25 j	-5,295	26,45	22,34 Mpc
10	25 j	-5,236	25,525	14,20 Mpc
11	24 j	-5,187	26,26	19,47 Mpc
12	22,25 j	-5,096	26,3	19,02 Mpc

Moyenne des distances calculées	19,85 Mpc
Écart type des distances calculées	3,22 Mpc

La valeur de la distance de M 100 annoncée par les astronomes ayant mené cette étude est $D = 17{,}1 \pm 1{,}8\ \text{Mpc}$. C'est moins que ce que nous trouvons. En effet, la présence de poussières entre M100 et le télescope spatial Hubble a pour conséquence une légère absorption de la lumière qui nous en parvient. Les étoiles apparaissent donc moins brillantes qu'en réalité et on peut en conclure que leur magnitude apparente réelle est plus petite que ce que nous mesurons. L'estimation de l'absorption due aux poussières conduit à effectuer une correction sur la distance finalement obtenue.

Connaissant la distance de M 100 et l'angle sous lequel on la voit de face, il est possible de calculer son diamètre :



Si α est exprimé en radians, on a : $\alpha = \dfrac{d}{D}$. On obtient donc : $\boxed{d = \alpha \cdot D}$.

Si l'on souhaite obtenir « d » en années-lumière, il faut que D le soit aussi.

L'expression de α, en prenant la valeur médiane $\alpha = 6{,}5'$ est : $\alpha = \dfrac{6{,}5 \times \pi}{180 \times 60}\ \text{rad}$. On obtient donc : l'application numérique suivante :

A.N. : $d = \dfrac{6{,}5 \times \pi}{180 \times 60} \times 17{,}1 \cdot 10^6 \times 3{,}26\ \text{a.l.} \quad \Rightarrow \quad \underline{d = 105\,000\ \text{a.l.}}$.

Ce diamètre est tout à fait similaire à celui de la Voie lactée.

■ **Activité 6 :** Calcul de la constante de Hubble H_0

La loi de Hubble s'écrit : $v = H_0 \cdot D$. On a donc : $\boxed{H_0 = \frac{v}{D}}$.

A.N. : $H_0 = \frac{1400\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}}{19{,}85\ \text{Mpc}} \Rightarrow \underline{H_0 = 70{,}53\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}}$.

On considère en général que la valeur de cette constante est comprise entre 60 et 80 Mpc.

■ **Activité 7 :** Calcul de l'âge de l'Univers

L'âge de l'Univers est : $\boxed{T = \frac{1}{H_0}}$.

On remarque en effet que $\dim(H_0) = \frac{L \cdot T^{-1}}{H_0} \Rightarrow \underline{\dim(H_0) = T^{-1}}$. C'est l'inverse d'une durée. Ainsi, l'inverse de H_0 est bien une durée.

Pour le calcul, il faut exprimer les différentes longueurs avec la même unité. On choisira le kilomètre :

A.N. : $T = \frac{1\text{s} \times 1\text{Mpc}}{70{,}53\ \text{km}} = \frac{1\text{an}}{365{,}24 \times 24 \times 3600} \times \frac{3{,}26 \times 10^6 \times 300\,000 \times 365{,}24 \times 24 \times 3600}{70{,}53\ \text{km}}$

$\Rightarrow \underline{T = 13{,}87 \cdot 10^9\ \text{ans}}$

C'est à peu près le triple de l'âge de la Terre qui est de $4{,}6 \cdot 10^9$ ans .

www.cea.fr

Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Direction de la Communication | Service Editions - Evènements
91191 Gif-sur-Yvette Cedex | T. +33 (0)1 64 50 16 09

Établissement public à caractère industriel et commercial | RCS Paris B 775 685 019